EVKLİD ALQORİTMİ VƏ DİOFANT TƏNLİKLƏRİNİN HƏLLİ

Arif İsmayılov
Lənkəran Dövlət Universiteti, Lənkəran, Azərbacan
e-mail: arif.ismayilov51@gmail.com

Xülasə. Bir çox həyati-tətbiqi məsələlərin həlli Diofant tənliklərinin həllinə gətirilir. Ona görə də bu növ tənliklərin həlli həmişə aktuallıq kəsb edir. Diofant tənliklərinin səmərəli həlli üsullarından biri də Evklid alqoritminin tətbiqi ilə həllidir. Bu yazıda Evklid alqoritminin vasitəsi ilə Diofant tənliklərinin əmsallarına görə onun həllinin olub-olmaması müəyyənləşdirilir və əgər həlli varsa, onun tapılması qaydası göstərilir; uyğun tənliklərə aid bəzi məsələlərin həlli verilir. Diofant tənliklərinin həlli müqayisələr nəzəriyyəsi ilə sıx bağlı olduğundan müqayisələr metodunun köməyi ilə verilmiş tənliyin xüsusi həllini tapmaq daha səmərəli olur. Məqalədəki materiallar universitetlərin pedaqoji fakültələrinin "İbtidai sinif müəllimliyi" ixtisası üzrə təhsil alan tələbələrin tədris proqramına daxil olduğu üçün metodik material kimi nəzərdə tutulmuşdur.
Məqalə elmi-pedaqoji yönümlü olduğundan, ondan həm də müəllimlər, orta məktəbin yuxarı sinif şagirdləri və riyaziyyatı sərbəst öyrənmək istəyən şəxslər istifadə edə bilərlər.
Açar sözlər: Müqayisə, tam ədəd, qarşılıqlı sadə, xüsusi həll, bərabərtərəfli üçbucaq, diofant tənliyi.

Giriş.

Evklid alqoritmini şərh etməzdən əvvəl aşağıdakı anlayışlarla tanış olaq:

Tərif 1. Verilmiş a və b tam ədədlərin ortaq bölənlərinin ən böyüyünə həmin ədədlərin ən böyük ortaq böləni deyilir və belə yazılır:

$$ƏBOB(a,b)=d.$$

Məsələn: ƏBOB(15;18)=3, ƏBOB(15;16)=1, ƏBOB(−6;−2)=3. ƏBOB(0,0) təyin olunmayıb.

Tərif 2. Əgər ƏBOB(a,b)=1 olarsa, onda a və b ədədlərinə qarşılıqlı sadə ədədlər deyilir.

Məsələn, (10,21)=1; (21;25)=1.

Analoji qayda ilə bir neçə tam ədədlər üçün də ƏBOB anlayışını vermək olar.

Tərif 3. $a_1, a_2, ..., a_n$ tam ədədləri o zaman qarşılıqlı sadə ədədlər adlanır ki, əgər ƏBOB($a_1, a_2, ..., a_n$)=1 olsun.

Məsələn, ƏBOB(3,4,5,6,7,8)=1, ƏBOB(4,5,8,10,12)=1.

Tərif 4. Bir neçə elementdən ibarət tam ədədlər çoxluğundan götürülmüş istənilən iki ədədin ən böyük ortaq böləni vahidə bərabər olarsa, belə ədədlər çoxluğuna *cüt-cüt qarşılıqlı sadə ədədlər çoxluğu* deyilir.

Teorem 1. n sayda ($n \geq 3$) cüt-cüt qarşılıqlı sadə ədədlər həm də qarşılıqlı sadə ədədlərdir.

Qeyd edək ki, bu təklifin tərsi doğru deyildir. Məsələn, 4, 8, 9 ədədləri qarşılıqlı sadə ədədlər olduğu halda onlar cüt-cüt qarşılıqlı sadə ədədlər deyildir; çünki ƏBOB(4,8)=4≠1.

Teorem 2. Əgər ƏBOB(a,b)=ƏBOB(b,c)=d olarsa, onda ƏBOB(a,c)=d olar.

Məsələn, ƏBOB(42,18)=ƏBOB(18,12)=6, onda ƏBOB(42,12)=6.

Teorem 3. Əgər $a^2 + b^2 \neq 0$ (yəni a və b ədədlərindən heç olmasa biri sıfırdan fərqlidirsə), onda

$$ƏBOB(a,b)=ƏBOB(a-b,b)=ƏBOB(a-2b,b)=\ldots=ƏBOB(a-qb,b).$$

Məsələn, ƏBOB(57,6)=ƏBOB(57−6,6)=…=ƏBOB(57−6·9,6)=ƏBOB(3,6)=3.

Teorem 4. Əgər $a = q \cdot b + r$, burada $a, b, q, r \in Z$ və $a^2 + b^2 \neq 0$ olarsa, onda ƏBOB(a,b)=ƏBOB(b,r).

Məsələn, 57=6·9+3, onda ƏBOB(57,9)=ƏBOB(9,3)=3. Bu teoremin köməyilə a və b ədədləri üçün ən böyük ortaq bölənin tapılması qaydasına baxaq (müəyyənlik üçün fərz edək ki, $a > b$).

1. a ədədini b-yə bölək və aşağıdakı şəkildə yazaq: $a = b \cdot q_1 + r_1$, onda

$$ƏBOB(a;b)=ƏBOB(b;r_1).$$

Əgər $r_1 = 0$ olarsa, onda ƏBOB($b;r_1$)=ƏBOB(b;0)=b.

2. Əgər $r_1 \neq 0$ olarsa, onda b-ni r_1-ə bölək və aşağıdakı kimi yazaq: $b = r_1 \cdot q_2 + r_2$ Onda ƏBOB($b;r_1$)=ƏBOB($r_1;r_2$). Əgər $r_2 = 0$ olarsa, onda ƏBOB($b;r_1$)=ƏBOB($r_1;r_2$)= r_1. Bu halda proses başa çatır.

3. Əgər $r_2 \neq 0$ olarsa, həmin qayda ilə əməliyyatı davam etdirək. Nəzərə alsaq k $b > r_1 > r_2 > \ldots > r_n \geq 0$, onda aydındır ki, bu proses sonludur.

a və b natural ədədlərinin ən böyük ortaq böləninin göstərilən qayda ilə tapılmasına *Evklid alqoritmi* deyilir. [5].

Məsələn, Evklid alqoritmindən istifadə edərək ƏBOB(2520,1968) tapaq:

$$\begin{array}{r|l} -\,2520 & 1968 \\ \underline{1968} & \overline{\;1\;} \\ 552 & \end{array} \qquad \text{onda} \qquad 2520=1968\cdot 1+552$$

$$\begin{array}{r|l} 1968 & 552 \\ -\,1656 & 3 \\ \hline 312 & \end{array}$$ onda $1968=552\cdot3+312$

$$\begin{array}{r|l} 312 & 240 \\ -\,240 & 1 \\ \hline 72 & \end{array}$$ onda $312=240\cdot1+72$

$$\begin{array}{r|l} 240 & 72 \\ -\,216 & 3 \\ \hline 24 & \end{array}$$ onda $240=72\cdot3+24$

$$\begin{array}{r|l} 72 & 24 \\ -\,72 & 3 \\ \hline 0 & \end{array}$$ onda $72=24\cdot3$.

Deməli, ƏBOB(2520;1968)=24.

Aşağıdakı bərabərlikləri yazmaq olar:

$$552=2520-1968\cdot1$$

$$312=1968-552\cdot3$$

$$72=312-240\cdot1$$

$$24=240-72\cdot3$$

Beləliklə, ƏBOB(2520;1968) ədədini aşağıdakı müxtəlif şəkillərdə yazmaq olar:

$$ƏBOB(2520;1968)=24=240-72\cdot3=240-(312-240\cdot1)\cdot3=$$

$$=240\cdot4-312\cdot3=(552-312\cdot1)\cdot4-312\cdot3=552\cdot4-312\cdot7=$$

$$=552\cdot4-(1968-552\cdot3)\cdot7=552\cdot25-1968\cdot7=$$

$$=(2520-1968\cdot1)\cdot25-1968\cdot7=2520\cdot25-1968\cdot32=24.$$

Deməli, $2520\cdot25+1968\cdot(-32)=24$.

Beləliklə, elə u və v ədədləri tapmaq olar ki, $a\cdot u+b\cdot v=d$ və ƏBOB(a,b)=d, onda a=2520, b=1968, u=25, v=–32, d=24.

Evklid alqoritmi və Diofant tənlikləri haqqında.

Teorem 5. Əgər ƏBOB(a,b)=d olarsa, onda elə $u,v\in Z$ ədədləri var ki, $a\cdot u+b\cdot v=d$ bərabərliyi ödənilir [2].

Nəticə. Əgər a və b qarşılıqlı sadə ədədlərdirsə, yəni $(a,b)=1$, onda elə iki u və v (tam ədədlərini tapmaq olar ki, $a\cdot u+b\cdot v=1$ olar.

Məsələn, $2520\cdot u+1968\cdot v=24$, $(2520,1968)=24$, onda bərabərliyin hər iki tərəfini 24-ə bölmək olar.

$105\cdot u+82\cdot v=1$, $(105,82)=1$. u və v üçün isə bu bərabərliyi ödəyən qiymətləri tapmışıq:

$$105\cdot 25+82\cdot(-32)=1,\ \ u=25,\quad v=-32\,.$$

u və v-nin bu qayda ilə tapılmasına *Evklid alqoritmi* deyilir. u və v üçün tapdığımız $(25;-32)$ tam ədədlər cütü birdəyişənli $2520u+1968v=24$ tənliyinin *xüsusi həlli* adlanır.

Birdərəcəli diofant tənliklərinin ümumi şəkli $ax+by=c$, burada $a,b,c\in Z$ və $a^2+b^2\neq 0$ kimidir.

Sual olunur: diofant tənliklərinin əmsallarına görə onun tam həllərinin olub-olmamasını necə müəyyən etmək olar? Əgər belə həllər varsa, onları necə tapmaq olar? Bu suallara aşağıdakı teoremlər cavab verir [1].

Teorem 6. Əgər $ax+by=c$ (burada $a,b,c\in Z$ və $a^2+b^2\neq 0$) tənliyində $c \vdots$ $\text{ƏBOB}(a,b)$ olarsa, onda bu tənliyin tam həlləri var.

İsbatı. Tutaq ki, (x_0,y_0) ədədlər cütü verilmiş tənliyin həllidir. Onda $x_0,y_0\in Z$, $ax_0+by_0=c$. $a \vdots \text{ƏBOB}(a,b)$ və $b \vdots \text{ƏBOB}(a,b)$ olduğundan $ax_0 \vdots \text{ƏBOB}(a,b)$ və $ay_0 \vdots \text{ƏBOB}(a,b)$. Deməli, $c=(ax_0+by_0) \vdots \text{ƏBOB}(a,b)$. Deməli,

$$c=(ax_0+by_0) \vdots \text{ƏBOB}(a,b).$$

Beləliklə, əgər $c \vdots \text{ƏBOB}(a,b)$ olarsa, onda verilmiş tənliyin tam ədədlər olan həlləri var.

Bu həllərin tapılması alqoritmini verək.

Teorem 7. Əgər ƏBOB$(a,b)=1$ və $ax+by=c$ tənliyinin hər hansı tam həllər cütü (x_0,y_0) olarsa, onda bu tənliyin bütün tam həlləri çoxluğu aşağıdakı düsturla tapılır:

$$\begin{cases} x=x_0-bt\,, \\ y=y_0+at\,. \end{cases}$$

Burada t ixtiyari tam ədədlərdir [4].

İsbatı. Tutaq ki, (x_0,y_0) tam ədədlər cütü verilmiş tənliyin həllidir. Onda

$$\begin{cases} ax_0+by_0=c\,, \\ ax+by=c\,, \end{cases}$$

buradan alırıq:

$$ax_0 + by_0 = ax + by,$$
$$a(x_0 - x) = b(y_0 - y).$$

ƏBOB(a,b)=1 olduğu üçün

$$\begin{cases}(x_0 - x)\,\vdots\, b \\ (y_0 - y)\,\vdots\, a\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x_0 - x = bt \\ y - y_0 = at\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x = x_0 - bt \\ y = y_0 + at\end{cases}.$$

Göstərək ki, $\forall\, t \in Z$ üçün $(x_0 - bt, y_0 + at)$ ədədlər cütü verilmiş $ax + by = c$ tənliyinin həllidir.

$$a(x_0 - bt) + b(y_0 + at) = ax_0 \underline{- abt} + by_0 + \underline{abt} = ax_0 + by_0 = c.$$

Deməli, $ax + by = c$ tənliyinin bütün tam həlləri

$$\begin{cases}x = x_0 - bt, \\ y = y_0 + at,\end{cases} \quad \text{burada} \quad t \in Z$$

düsturları ilə tapılır.

Qeyd edək ki, Diofant tənliklərinin həlli müqayisələr nəzəriyyəsi ilə sıx bağlıdır. Doğrudan da, $ax + by = c$ tənliyini aşağıdakı kimi yazmaq olar: $ax \equiv c \pmod{b}$ və ya $by \equiv c \pmod{a}$.

Misal 1. 3x – 4y = 29 tənliyini həll edin.

Həlli. Əvvəlcə tənliyin xüsusi həllini tapaq. $3x \equiv 29 \pmod 4 \equiv 1 \pmod 4$, $3x \equiv 1 \pmod 4$. Tutaq ki, $x = 7$, onda $3 \cdot 7 \equiv 1 \pmod 4$ doğrudur. Deməli, $x_0 = 7$, $3 \cdot 7 - 4y_0 \equiv 29 \;\Rightarrow\; y_0 = -2$.

Beləliklə, $\begin{cases}x = 7 + 4t, \\ y = -2 + 3t,\end{cases} \quad t \in Z$

Cavab: $(7 + 4t, -2 + 3t)$, $t \in Z$.

Misal 2. $3x + 4y = 5$ tənliyini həll edin.

Həlli. $3x \equiv 5 \pmod 4$. Aydındır ki, $x_0 = 3$ olduqda $3 \cdot 3 \equiv 5 \pmod 4$ doğrudur.

Deməli, $3 \cdot 3 + 4 \cdot y_0 = 5 \;\Rightarrow\; y_0 = -1$, onda $(3, -1)$ ədədlər cütü verilmiş tənliyin xüsusi həllidir. Beləliklə, $3x + 4y = 5$ tənliyinin bütün tam həlləri çoxluğu

$$\begin{cases} x = 3 - 4t, \\ y = -1 + 3t, \end{cases} \quad \text{burada} \quad t \in Z$$

şəklindədir.

Misal 3. $11x + 3y = 200$ diofant tənliyini həll edin.

Həlli. Əvvəlcə tənliyin xüsusi həllini tapaq. $11x \equiv 200 \pmod 3 \equiv 2 \pmod 3$; $11x \equiv 2 \pmod 3$. Tutaq ki, $x = 1$, onda $11 \cdot 1 \equiv 2 \pmod 3$ - doğrudur. Deməli, $x_0 = 1$, onda $11 \cdot 1 + 3y \equiv 200$, buradan alırıq ki, $y_0 = 63$. Xüsusi həll: $(1; 63)$ olur. Onda

$$\begin{cases} x = 1 - 3t, \\ y = 63 + 11t, \end{cases} \quad t \in Z.$$

Cavab: $(1 - 3t; 63 + 11t)$, burada $t \in Z$.

Misal 4. $91x - 65y = 42$ diofant tənliyini həll edin.

Həlli. ƏBOB(91;–65)=13 və 42 ədədi 13-ə tam bölünmədiyi üçün, yəni $43 \not\vdots 13$, onda teorem 5-ə görə verilmiş diofant tənliyinin həlli yoxdur.

Məsələ 5. Kitabxana üçün 20 manata 20 ədəd 3 növ kitab alınmışdır. Bu növlərin uyğun olaraq bir ədədinin qiyməti 3 manat, 2 manat və 50 qəpik olarsa, hər növ kitabdan neçə ədəd alınmışdır?

Həlli. Tutaq ki, x ədəd 3 manatlıq, y ədəd 2 manatlıq və z ədəd 50 qəpiklik kitab alınmışdır. Onda

$$\begin{cases} x + y + z = 20 \\ 3x + 2y + \frac{1}{2}z = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 20 \\ 6x + 4y + z = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 3y = 20 \\ x + y + z = 20 \end{cases}$$

$5x + 3y = 20$ diofant tənliyini həll edək. $5x \equiv 20 \pmod 3 \equiv 2 \pmod 3$, $5x \equiv 2 \pmod 3$. Xüsusi həlli tapaq, tutaq ki, $x_0 = 1$. Onda $5 \cdot 1 \equiv 2 \pmod 3$ doğrudur. $5 \cdot 1 + 3y_0 = 20$, $y_0 = 5$. Deməli, $1 + 5 + z = 20$, $z = 14$.

Cavab: Kitabxana üçün 1 ədəd 3 manatlıq, 5 ədəd 2 manatlıq və 14 ədəd 50 qəpiklik kitab alınmışdır.

Məsələ 6. 13^0-li bucaq verilmişdir. Onu pərgar və xətkeşin köməyi ilə 13 bərabər hissəyə bölün [3].

Həlli. Bərabərtərəfli üçbucaq qurub onun hər hansı təpəsindən hündürlük, tənbölən və ya median çəkməklə 30^0-li bucaq qurmaq olar. Sonra isə $13x + 30y = 1$, diofant tənliyinin həllinə baxaq; onda $13x \equiv 1 \pmod{30}$. $x_0 = 7$, $91 \equiv 1 \pmod{30}$ münasibəti doğrudur. Deməli, $13 \cdot 7 + 30y_0 = 1$, $y_0 = -3$. Beləliklə, $(7; -3)$ - xüsusi həlldir; $1 = 13 \cdot 7 - 30 \cdot 3$. Bu bərabərliyi dərəcələrlə yazsaq, alarıq:

$$1^0 = 13^0 \cdot 7 - 30^0 \cdot 3.$$

Deməli, 1^0-li bucağı qurmaq üçün verilmiş 13^0-li bucağı 7 dəfə artırıb (böyüdüd), 30^0-li bucağın 3 mislini ondan ayırmaq (çıxmaq) lazımdr. Alınan 1^0-li bucağı verilmiş 13^0-li bucağın bir tərəfindən başlayaraq ardıcıl olaraq 13 dəfə ayırmaq lazımdır.

Beləliklə, diofant tənliklərinin tətbiqi ilə verilmiş 13^0 dərəcəli bucağı 13 bərabər hissə pərgar və xətkeşin köməyi ilə bölünməsinin yolunu göstərmiş oluruq.

Misal 7. $6x + 5y = 101$ diofant tənliyini həll edin.

Həlli **:** Əvvəlcə tənliyin xüsusi həllini tapaq:

$$6x \equiv 101(mod\ 5) \equiv 1(mod5) \Rightarrow 6x \equiv 1(mod5).$$

Onda $x_0 = 1$. Bu qiyməti verilmiş tənlikdə yerinə yazsaq, $6 \cdot 1 + 5 \cdot y_0 = 101$, buradan $y_0 = 19$. Beləliklə, yaza bilərik:

$$\begin{cases} x = 1 - 5t, \\ y = 19 + 6t; \end{cases} \text{ burada } t\epsilon\mathbb{Z}.$$

Cavab: (1-5t; 19+6t), ∀tϵℤ.

Misal 8: $5x + 7y = 112$ tənliyini həll edin.

Həlli : Əvvəlcə tənliyin bir xüsusi həllini tapaq:

$$5x \equiv 112\ (mod7) \equiv o(mod7),$$

onda $x_0 = 7$. , deməli, $5 \cdot 7 + 7 \cdot y_0 = 112$, $y_0 = 11$. Beləliklə,

$$\begin{cases} x = 7 - 7t \\ y = 11 + 5t. \end{cases}$$

Cavab: (7-7t; 11+5t), burada tϵℤ.

Misal 9: $60x - 7y = 112$ tənliyini həll edin.

Həlli: Əvvəlcə tənliyin bir xüsusi həllini tapaq.

$60x \equiv 1(mod77) \equiv 78(mod77)$, onda müqayisənin xassəsinə görə $10x \equiv 13(mod77)$ doğrudur. Beləliklə, x_0=9. Çünki, 90≡ $13(mod77)$ münasibəti doğrudur. x_0-ın qiymətini verilmiş tənlikdə yerinə yazsaq alarıq:

$$60 \cdot 9 - 77 \cdot y_0 = 1 \Rightarrow 77y_0 = 539, y_0 = 7.$$

Tənliyin xüsusi həlli (9;7) olduğundan, onun ümumi həlli $\begin{cases} x = 9 + 77t \\ y = 7 + 60t \end{cases}$ olur.

Cavab: (9+77t; 7+60t), burada ∀ tϵℤ.

Məsələ 10: Otaqda birsiyirməli, ikisiyirməli, üçsiyirməli və dördsiyirməli cəmi 14 stol var. Bütün stollarda olan siyirmələrin sayı 33-dür. Məlumdur ki, birsiyirməli stolların sayı, ikisiyirməli və üçsiyirməli stolların sayları cəmi qədərdir. Otaqda hər növ stoldan neçə ədəd vardır? [6].

Həlli: Tutaq ki, otaqdakı birsiyirməli stolların sayı x, ikisiyirməli stolların sayı y, üçsiyirməli stolların sayı z və dördsiyirməli stolların sayı isə t-dir. Onda məsələnin şərtinə görə;

$$\begin{cases} x + y + z + t = 14 \\ x + 2y + 3z + 4t = 33 \\ x = y + z \end{cases}$$

yaza bilərik. Bu sistemi həll etsək alarıq:

$$\begin{cases} x + y + z + t = 14 \quad (4) \\ 3y + 4z + 4t = 33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 4y + 4z + 4t = 56 \\ 3y + 4z + 4t = 33 \end{cases}$$

Sonuncu tənliklər sistemində birinci tənlikdən ikinci tənliyi tərəf-tərəfə çıxsaq, $4x + y = 23$ tənliyini alarıq. $4x + y = 23$ diofant tənliyini həll edək;

Aydındır ki, $x_0 = 5$ $və$ $y_0 = 3$ bu tənliyin xüsusi həllidir. Şərtdə verilmiş $x = y + z$ bərabərliyindən z_0=2 alarıq; onda 5+3+2+t_0=14 münasibətindən t_0=4 olur.

İkinci şərtin doğruluğunu yoxlayaq:

$$5 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 4 = 33.$$

Bərabərlik doğrudur.

Cavab: Otaqda birsiyirməli beş stol, ikisiyirməli üç stol, üçsiyirməli iki stol və dördsiyirməli dörd stol vardır.

Xətti olmayan aşağıdakı tənlikləri tam ədədlər çoxluğunda həll edək:

$$x^2 + xy - 2y = 1$$

Misal 11. $x^2 + \mathrm{xy} - 2\mathrm{y} = 1.$

Həlli: Tənliyin sol tərəfini vuruqlara ayıraq. Bunun üçün $x^2+xy-2y^2=0$ tənliyini x-ə nəzərən həll edək:

$$x_{1,2} = \frac{-y \pm \sqrt{y^2 + 8y^2}}{2} = \frac{-y \pm 3y}{2}; \quad \left[\begin{array}{l} x = y, \\ x = -2y. \end{array}\right.$$

Onda $x2 + xy - 2y2 = (x - y)(x + 2y)$. Beləliklə, verilmiş tənlik

$$(x-y)(x+2y)=1$$

olur. Bunu həll edək:

a) $\begin{cases} x-y=1 \\ x+2y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3y=0 \\ x=1 \end{cases} \Rightarrow (1;0)$

b) $\begin{cases} x-y=-1 \\ x+2y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ x=-1 \end{cases} \Rightarrow(-1;0)$

Cavab: $\{(1,0),(-1,0)\}$.

Misal 12. $35xy+5x-7y=1$.

Həlli: $5x(7y+1)-(7y+1)=0$

$$(7y+1)(5x-1)=0$$

$$\left[\begin{array}{l} 7y+1=0 \\ 5x-1+0 \end{array}\right.$$

Aydındır ki, bu tənliyin tam ədədlər çoxluğunda həlli yoxdur.

Misal 13. $x^4-y^4-2x^2+6y^2=13$.

Həlli: $x^2=t$ $(t\geq 0)$, $y^2=z$ $(z\geq 0)$ əvəzləməsini edək.Onda

$$t^2-z^2-2t+6z=13.$$

Sol tərəfi tam kvadratlara ayıraq:

$$(t^2-2t+1)-(z^2-6z+9)+8=13$$

$$(t-1)^2-(z-3)^2=5$$

$$(t-1+z-3)(t-1-z+3)=5$$

$$(t+z-4)(t-z+2)=5,$$

Buradan alırıq ki,

a) $\begin{cases} t+z-4=5 \\ t-z+2=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=4 \\ z=5 \end{cases}$; onda $\begin{cases} x^2=4 \\ y^2=5 \end{cases}, y\notin Z.$

b) $\begin{cases} t+z-4=1 \\ t-z+2=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=4 \\ z=5 \end{cases}$; onda $\begin{cases} x^2=4 \\ y^2=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\pm 2 \\ y=\pm 1. \end{cases}$

c) $\begin{cases} t+z-4=-5 \\ t-z+2=-1 \end{cases} \Rightarrow t=-2,\ x^2=-2,\ \emptyset.$

d) $\begin{cases} t+z-4=-1 \\ t-z+2=-5 \end{cases} \Rightarrow$ t=-2, x^2=-2, ∅.

Cavab: $\{(2;1),(2;-1),(-2;1),(-2;-1)\}$.

Ədəbiyyat

1. Андронов, И.К. Окунев, А.Н. (2017). *Арифметика рациональных чисел*. М., «Просвещение».
2. Воробьев, Н.Н. (2015). *Признаки делимости.* М.
3. Гельфонд, А.О. (2013). *Решение уравнений в целых числах.* М. :Наука.
4. Ляпин, Е.С., Евсеев А.Е (2018). *Алгебра и теория чисел,* М., «Просвещение».
5. Оре, О. (2020). *Приглашение в теорию чисел.* «Высшая школа» М.
6. Скопинский, В. (2014). *О решении уравнений в целых числах/Пер. с польск*.- М.: «Просвещение».

EUCLIDEAN ALGORITHM AND SOLUTION OF DIOPHANTINE EQUATIONS

Arif Ismailov
Lankaran State University, Lankaran, Azerbaijan

The solution of many vital problems is brought to the solution of Diophantine equations. Therefore, the solution of such equation is always relevant.One of the most effective ways to solve Diophantine equations is to solve them using the Euclidean algorithm. In this paper, the Euclidean algorithm is used to determine whether there is a solution to the Diophantine equations and if there is the procedure for finding it is shown.The solution of some problems related to the corresponding equations is given.Since the solution of Diophantine equations is closely related to the theory of comparisons, it is more efficient to find a specific solution of a given equation using the method of comparisons. The materials in the article are intented as a methodical material, as they are included in the curriculum of students studying in the specialty “Primary school teaching” of pedaqogical faculties of universities.
As the article is scientific and pedaqogical, it can be used by teachers, high school students and those who want to learn matematics freely.

Key words: comparison, integer, coprime, particular solution, equilateral triangle, Diophantus equation.

АЛГОРИТМ ЕВКЛИДА И РЕШЕНИЕ ДИОФАНТОВЫХ УРАВНЕНИЙ

Ариф Исмаилов
Лянкяранский государственный университет, Лянкярань, Азербайджан

Решения многих жизненно-прикладных задач приносятся в решения уравнений Диофанта. Поэтому решения такого рода уравнений всегда отличается актуальностью. Одним из способов плодотворного решения уравнений Диофанта - это внедрение решения алгоритмов Эвклида. В

этой работе посредством алгоритма Эвклида по коэффициентам уравнений Диофанта определяется возможность или невозможность их решений, а если имеется решения, то указывается пути его нахождения, даётся решения некоторых задач. Ввиду того, что решения Диофантовых уравнений сильно связаны с теорией сравнений, с помощью сравнительных методов ещё плодотворне бывает найти особое решения данного уравнения.Материалы данной статьи предназначаются, как методические материалы, для студентов, обучающихся на учителя начальных классов педагогических факультетов университетов с учебный программой, где имеются эти материалы.
Так как статья научно – педагогического направления, учителя, учащиеся старших классов, лица самостоятельно изучающие математику, могут ею пользоваться.
Ключевые слова: сравнение, целое число, взаимно простые, частное решение, равносторонний треугольник, уравнение Диофанта.

Daxil oldu: 01.03.2022;   Çapa qəbul edildi: 30.05.2022;   Çap edildi: 20.06.2022